Instrucciones

Después de haber leído y estudiado la parte 1 de la asignatura, lea los problemas e intente resolverlos. Las soluciones se proporcionarán a **principio del mes de noviembre**. No emplee este documento para decidir qué partes del temario estudiar y cuáles no.

Problemas propuestos

1. Supongamos dos cargas positivas que están situadas en el eje x. La primera carga está situada en el origen de coordenadas y tiene un valor de $5{,}5 \times 10^{-8}$ C, mientras que la segunda se encuenta a $x = 0{,}58$ m y tiene un valor de $3{,}3 \times 10^{-8}$ C.
   (a) Calcule en qué punto el campo eléctrico total es igual a cero.
   (b) Suponga que la segunda carga tuviese la misma magnitud pero que fuese negativa ¿dónde sería ahora nulo el campo? Razone las respuestas.

Solución:

$kq_1/x^2 = kq_2/(0{,}58 - x)^2 = 0$ Entonces $(0{,}58 - x) = \pm\sqrt{q_2/q_1}x$. De donde salen las soluciones $x_1 = 0{,}33$ y $x_2 = 2{,}6$. La única solución posible es la primera que está entre las dos cargas, ya que los campos, para anularse, tienen que ser iguales y de signo contrario.

En caso de que la segunda carga fuera negativa, entonces la solución correcta es la segunda ($x_2 = 2{,}6$) por los mismos motivos.

2. Tenemos dos paneles paralelos que tienen una carga superficial igual a $4{,}7 \times 10^{-6}$ C/m^2, siendo negativa la carga del panel superior positiva la del inferior. Las dos láminas están separadas 6,8 mm y tienen dimensiones de largo y ancho igual a 4,8 cm. De repente, por alguna extraña y desconocida razón, a un electrón se le ocurre entrar en la región entre los dos paneles desde uno de los lados, justo en el punto central entre los dos y moviéndose de forma paralela a los mismos. Como resultado el electrón sale de la región entre las dos láminas por el lado contrario. Responda razonadamente:
   (a) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las láminas?
   (b) ¿Cuál era la aceleración del electrón mientras viajaba entre las láminas?
   (c) ¿Cuál era su velocidad?

   Ayuda: masa del electrón: $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.

Solución:

El condensador consiste en dos placas cargadas con la misma densidad carga, σ, pero de signo opuesto. El campo creado por una placa cargada (ver apuntes) es $\sigma/2\epsilon_0$ en la dirección perpendicular a la placa y sentido hacia afuera (densidad positiva) o hacia la placa (densidad negativa). En el centro del condensador los campos producidos por las placas se refuerzan, y el campo total es simplemente σ/ϵ_0 en la dirección placa positiva a placa negativa: $\sigma/\epsilon_0 = 5{,}31 \times 10^5$ N/C.

La aceleración a que se ve sometido el electrón es transversal a su dirección de movimiento: $a_y = F/m = eE/m$, $a_y = 9{,}34 \times 10^{16}$ m/s^2.

Con tal aceleración, el electrón se estrellaría contra la placa positiva en un tiempo dado por la fórmula $d/2 = (1/2)a_y t^2$, donde $d/2$ es la mitad del espesor de las placas (el electrón entra por el punto central), esto es, $d/2 = 3{,}4$ mm. Despejando obtenemos, $t = \sqrt{2 \cdot 3{,}4 \times 10^{-3}/9{,}34 \times 10^{16}}$, $t = 2{,}70 \times 10^{-10}$ s.

Ahora bien, nos dicen que el electrón consigue atravesar las placas. Por tanto, su velocidad es tal que en el tiempo calculado en el apartado anterior, el electrón ha conseguido avanzar longitudinalmente lo suficiente como para escapar del condensador. Por tanto, $v \cdot t > L$, donde L es la longitud de las placas y t el tiempo calculado anteriormente: $L/t = 4{,}8 \times 10^{-2}/2{,}70 \times 10^{-10} = 1{,}78 \times 10^8$ m/s

Por tanto la velocidad de entrada del electrón tiene que ser al menos $1{,}78 \times 10^8$ m/s.

3. ¿Cuál es la energía por unidad de volumen asociada a un campo eléctrico estático de 1 kV/m en el vacío?

Solución:

La energía por unidad de volumen es: $\frac{\epsilon}{2} E^2 = 10^6 \times 8{,}85 \times 10^{-12}/2 = 4{,}43\,\mu$J/m^3

4. Supongamos que se mide una conductancia de 3800 Ω^{-1} en una muestra de tejido.
   (a) ¿Cuál es la resistencia eléctrica de la muestra de tejido?
   (b) Si tomamos la resistividad de la sangre como $1/\gamma = 1{,}6$ Ω·m y modelando un capilar como un cilindro de 0,03 mm de diámetro y 1 cm de largo, obtenga la resistencia eléctrica del capilar.
   (c) Calcule el valor de la corriente eléctrica que circula por este capilar si se aplica sobre éste una diferencia de potencial de 1 mV.

Solución:

Conductancia = 1/Resistencia, entonces $R_t = 0{,}263$ mΩ.
La conductividad, γ, de un cilindro de sección A y longitud l, es igual a:

$$\gamma = \frac{l}{RA}$$

donde R es su resistencia eléctrica. El área es A=$\pi\,(D/2)^2 = 7{,}07 \times 10^{-10}$ m^2. Entonces

$$R = \frac{1}{\gamma}\frac{l}{A} = 1{,}6\frac{0{,}01}{(7{,}07 \times 10^{-10})} = 2{,}26 \times 10^{+7}\,\Omega$$

La corriente eléctrica es $V = IR$ y por tanto,

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2{,}26 \times 10^{7}} = 4{,}42 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{A} \rightarrow I = 44{,}2\,\mathrm{pA}$$

.

5. Obténgase el campo eléctrico medio asociado al ruido eléctrico que aparece al aplicar un campo externo con $\Delta f = 100$ Hz a una célula cuya membrana celular tiene una resistencia eléctrica $R \sim 10^8\,\Omega$ y un tamaño $d = 7{,}5$ nm, cuando la temperatura es de 30°C.
Ayuda: $k_B = 1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K,

Solución:
Se cumple que:

$$E_{kT} = \sqrt{\frac{4\rho k_B T \Delta f}{d^3}}$$

Utilizando $R = \rho/d$, tenemos que
$E_{kT} = 1/7{,}5\,10^{-9}\sqrt{4 \cdot 10^8 \cdot 1{,}381 \cdot 10^{-23} \cdot 303 \cdot 100} = 1725$ V/m

6. Bajo una línea monofásica de alta tensión se mide una intensidad de campo magnético de $5\,\mu$T. La altura de la línea es de 12 m. ¿Qué intensidad de campo mediremos en una vivienda situada a 50 m de la base de la línea?

Solución:
Por la ley de Biot-Savart sabemos calcular la intensidad de campo magnético creado por un hilo indefinido por el que circula una corriente I (como es el caso de de una línea de transporte eléctrico), a cualquier distancia r:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Obsérvese que no tenemos que preocuparnos de la contribución de otras fases, porque el enunciado especifica claramente que se trata de una línea *monofásica.*
De igual forma, el campo B' producido por la misma línea, pero a una distancia r':

$$B' = \frac{\mu_o I}{2\pi r'}$$

Dividiendo ambas expresiones,

$$\frac{B}{B'} = \frac{r'}{r}$$

En este caso atribuimos las variables sin tilde a los valores conocidos: $B = 5\,\mu$T, $r = 12$ m (r corresponde a la altura de la línea). Los valores con tilde corresponden a la medida en la vivienda. Sabemos, además, que la presencia de los muros de la vivienda apenas modifica el campo magnético. Podemos calcular la distancia de la línea a la casa, r', porque es la hipotenusa de un rectángulo, cuyos catetos son la altura de la línea y la distancia a su base:

$$r' = \sqrt{12^2 + 50^2} = 51{,}4\,\mathrm{m}$$

Por tanto, despejando B',

$$B' = B\frac{r}{r'} = 5\,\mu\mathrm{T}\frac{12\,\mathrm{m}}{51{,}4\,\mathrm{m}} = 1{,}17\,\mu\mathrm{T}$$

Obsérvese que no ha sido necesario hacer el cálculo intermedio de la corriente que circula por la línea.

7. Bajo una línea de transporte eléctrico de 25 kV se miden los siguientes valores RMS para los campos eléctrico y magnético: $E = 30\,\mathrm{V/m}$, $B = 0{,}75\,\mu\mathrm{T}$. La línea está preparada técnicamente para soportar hasta 50 kV, por lo que la compañía distribuidora decide llegar a este límite. Queremos ir al mismo punto bajo la línea para medir de nuevo los campos.
   (a) ¿Podemos predecir cuánto vale el nuevo campo **eléctrico**? ¿en base a qué principio? Razonar adecuadamente la respuesta. En caso afirmativo, calcular cuánto valdría el nuevo campo eléctrico.
   (b) ¿Podemos predecir cuánto vale el nuevo campo **magnético**? ¿en base a qué principio? Razonar adecuadamente la respuesta. En caso afirmativo, calcular cuánto valdría el nuevo campo magnético.

Solución:

El principio que hay que invocar es el *principio de linealidad* o de *superposición*, que afirma que las fuentes (cargas, corrientes) y sus efectos (potenciales y campos) son **proporcionales** entre sí. Es decir, si en una situación determinada tengo una cierta cantidad de carga, y mido el potencial en un punto cuando, por ejemplo, *doble* la cantidad de carga (sin cambiar nada más en el escenario anterior) entonces también se *dobla* el potencial medido.

Esto es exactamente lo que ocurre con el cable: dado el potencial eléctrico al que se somete al cable, éste se carga de una determinada manera y crea un campo eléctrico alrededor. Si cambiamos el potencial del cable **sin cambiar nada más**, entonces el campo eléctrico en cualquier punto cambia proporcionalmente al cambio de potencial.

Es decir, hay una vinculación proporcional entre: potencial del cable $\Leftrightarrow$ carga que éste adquiere $\Leftrightarrow$ potencial en los puntos de la vecindad $\Leftrightarrow$ campo eléctrico en los puntos de la vecindad.

En el enunciado, de 25 kV pasamos a 50 kV, por tanto el campo eléctrico pasa de 30 V/m a 60 V/m en virtud del principio de superposición, explicado más arriba.

Para la segunda parte del ejercicio también tenemos que aplicar el principio de superposición. Pero ahora, las fuentes son *las corrientes eléctricas* y los efectos **el campo magnético**. Sin embargo, la corriente eléctrica que circula por el cable en principio es impredecible: depende tanto del consumo en destino como de la tensión de la línea. Si es de noche, por ejemplo, y los calefactores eléctricos están encendidos, el consumo aumenta y también lo hace la corriente que transporta la línea para satisfacer ese aumento de consumo.

Por lo tanto, la medida puntual que tomamos de campo magnético es un tanto azarosa. Quizá 5 minutos más tarde ha cambiado. Luego la conclusión es que NO podemos predecir el nuevo campo magnético, sabiendo sólo el cambio de tensión de la línea.

8. Una onda electromagnética plana, que se propaga en el vacío según el eje x, tiene la siguiente expresión para el campo eléctrico:

$$E_z = 100\cos\left(10^9\pi t - kx\right)\ \mathrm{V/m}$$

¿Cuál es su frecuencia? ¿A qué parte del espectro podemos asignar esta onda? ¿Cuál es su longitud de onda? ¿Cuál es el valor cuadrático medio del campo eléctrico?

Solución:

Comparamos la expresión del enunciado con la forma genérica de una onda plana, que en este caso se propaga según el eje x:

$$A(x,t) = A_o\cos\left(\omega t - kx\right)$$

de donde deducimos inmediatamente que la frecuencia angular es $\omega = 10^9\pi\,\mathrm{s}^{-1}$. Como $\omega = 2\pi f$, deducimos que

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10^9\pi}{2\pi} = 5\cdot 10^8\,\mathrm{Hz} = 500\,\mathrm{MHz}$$

que es una frecuencia típica de microondas. Para calcular la longitud de onda, λ, podríamos usar el número de onda, k, por la relación $\lambda = 2\pi/k$. Pero no sabemos el número de onda, por lo que recurrimos a la relación $\lambda\cdot f = v$, donde v es la velocidad de la onda, que en este caso coincide con la velocidad de la luz puesto que nos dicen que la onda se propaga en el vacío. Entonces,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8}{5\cdot 10^8} = 0{,}6\,\mathrm{m}$$

Finalmente, el campo eléctrico sólo tiene componente z, cuya amplitud es $E_{zo} = 100\,\mathrm{V/m}$. Por tanto, el valor cuadrático medio del campo es

$$E_{\mathrm{RMS}} = \frac{E_{zo}}{\sqrt{2}} = \frac{100}{1{,}414} = 70{,}7\,\mathrm{V/m}$$

9. Se propaga una onda plana electromagnética en el vacío, cuyo campo magnético es de la forma:

$$\mathbf{B} = 4 \cdot 10^{-9} \cos\left(10^8 \pi\, t - ky + \pi/2\right) \mathbf{u}_z \ \ (\mathrm{T})$$

(a) ¿Cuál es la dirección de propagación de la onda? ¿Cuál es su frecuencia, f?

(b) Calcular las constantes k, λ y el correspondiente campo eléctrico $\mathbf{E}$.

(c) Calcular el flujo de potencia a través de una superficie cuadrada de lado $L = 10\,\mathrm{cm}$ perpendicular al eje Y.

Solución:

La dirección de propagación de la onda la da el vector de fase, que en este caso se reduce simplemente al eje y (lo que multiplica a k en la fase). La frecuencia angular, ω, es el factor que multiplica al tiempo en la fase, esto es:

$$\omega = 10^8 \pi\, \mathrm{s}^{-1}$$

pero lo que nos piden es la frecuencia cíclica, f, se calcula con

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 5 \times 10^7\,\mathrm{Hz}$$

La constante, k, se calcula a partir de

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{10^8 \pi}{3 \times 10^8} = \frac{\pi}{3}\,\mathrm{m}^{-1}$$

y la constante, λ, se calcula con

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 6\,\mathrm{m}$$

El módulo del campo eléctrico es $E = Bc = (4 \times 10^{-9})\,(3 \times 10^8) = 1{,}2\,\mathrm{V/m}$, su fase es la misma que la del campo magnético y su polarización es perpendicular a la del campo magnético y a la dirección de propagación; por tanto necesariamente tiene que ser $\mathbf{u}_x$:

$$\mathbf{E} = 1{,}2\,\cos\left(10^8 \pi\, t - ky + \pi/2\right) \mathbf{u}_x \ \ (\mathrm{V/m})$$

El flujo de potencia se calcula directamente como el valor eficaz del vector de Poynting:

$$S = \frac{E^2}{2Z_0} = \frac{(1{,}2)^2}{2 \times 377} = 1{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/m^2}$$

A través de la superficie sería:

$$I = L^2 S = (0{,}1)^2\, 1{,}9 \times 10^{-3} = 1{,}9 \times 10^{-5}\,\mathrm{W}$$

10. En el circuito de un dispositivo electrónico, de dimensiones aproximadas $5 \times 5\,\mathrm{cm}$, se generan señales de una frecuencia máxima de 30 MHz. Si el usuario se sitúa a 1 m del dispositivo, ¿a qué tipo de campos tendremos que prestar más atención? ¿A los campos cercanos o a los campos de radiación? ¿Qué ocurre con terceras personas situadas a 50 m?

Solución:

Aplicamos el criterio que limita la zona de inducción a 3λ, $\lambda = c/f$:

$$d_{\mathrm{ind}} \simeq \frac{3c}{f} = \frac{3 \times 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{30 \cdot 10^6\,\mathrm{s}^{-1}} = 30\,\mathrm{m}$$

Por tanto el usuario, situado a un metro de distancia, está dentro de la zona de inducción y debemos analizar, en principio, sólo el campo cercano que produce el circuito. Para las personas que están situadas a 50 m —fuera por tanto de la zona de inducción— los campos cercanos son muy débiles y, en principio, se ven afectadas sólo por los campos de radiación. Sin embargo, si calculamos de forma aproximada qué fracción de potencia se disipa en forma de radiación,

$$\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{0{,}20}{10}\right)^2 = 4 \cdot 10^{-4}$$

vemos que ésta es muy pequeña, por lo que realmente podemos decir que el circuito no emite radiación electromagnética. Para el cálculo anterior hemos supuesto que el circuito es un cuadrado de 5 cm de lado, cuyo perímetro por tanto es de 20 cm.

11. Queremos emitir dos canales, A (1,8 GHz) y B (900 MHz). Para ello usamos una misma antena. Si la intensidad que proporciona la emisora a la antena se mantiene constante ¿Cómo será la potencia que radia cada uno de los canales?

Solución:

A igualdad de otras condiciones, la potencia emitida por una antena es proporcional al cociente entre su longitud y la longitud de onda emitida, elevado al cuadrado:

$$P \propto \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

y la longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

luego la potencia emitida es proporcional a la frecuencia al cuadrado ($P \propto f^2$) Por tanto, si $f_A = 2f_B$, entonces $P_A = 4P_B$.

12. Los satélites de la red GPS emiten con una potencia de 50 W en una órbita tal que en su mayor aproximación se encuentran a unos 20.000 km del suelo. Si suponemos que la directividad de las antenas es 3, ¿qué intensidad máxima de radiación recibimos de estos satélites?

Solución:

Para antenas anisotrópicas debemos contentarnos con saber cuál es la intensidad máxima:

$$S_{\text{max}} = D \cdot S_{\text{prom}} = D \frac{P}{4\pi r^2}$$

donde D es la directividad. Entonces

$$S_{\text{max}} = 3 \frac{50}{4\pi \left(2 \times 10^7\right)^2} \simeq 3 \times 10^{-14}\,\text{Wm}^{-2}$$

13. Una onda electromagnética puede penetrar en un conductor, como la materia viva, una cierta distancia δ. Si suponemos que la conductividad del tejido es $\gamma = 10$ S/m y que su permeabilidad eléctrica es la del agua destilada, $\epsilon = 700$ pF/m, ¿cuál es el valor de δ?

Solución:

La profundidad de penetración del campo es:

$$\delta = \frac{2}{\gamma}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_o}}$$

Entonces, $\delta = \frac{2}{10} \times 0{,}0236 = 4{,}7\,\text{mm}$.

14. Supongamos que una onda electromagnética incide sobre un determinado tejido:
    (a) La onda electromagnética puede penetrar en esta materia viva una cierta distancia δ. Si la conductividad del tejido es $\gamma = 5$ S/m y su permeabilidad eléctrica es la del agua destilada, $\epsilon = 700$ pF/m, ¿cuál es el valor de δ?
    (b) Supongamos ahora que una célula en este tejido tiene una membrana de tamaño d=5 nm con un campo eléctrico medio asociado al ruido eléctrico $E_{kT} = 2000$ V/m ¿Cual sería el valor del ruido eléctrico si consideramos que el tamaño de la membrana es 10 nm?

Solución:

Usando la fórmula del ejercicio anterior:

$$\delta = \frac{2}{5} \times 0{,}0236 = 9{,}4 \times 10^{-3}\,\text{m}$$

por tanto $\delta = 9{,}4\,\text{mm}$.

La variación del ruido eléctrico con el tamaño es $E \sim d^{-3/2}$. Por tanto, $E_1/E_2 = (d_1/d_2)^{-3/2} = (5/10)^{-3/2} = 2{,}82$ y $E_2 = 0{,}35 \times 2000 = 707$ V/m.

15. Un terminal de telefonía móvil emite 0,2 W de potencia en la banda de 1,8 GHz. Si suponemos que el 5 % de la potencia emitida acaba siendo absorbido homogéneamente por los tejidos blandos de la mano que sostiene el terminal, ¿cuánta es la tasa de absorción específica de la mano, suponiendo que el peso de sus tejidos blandos sea de unos 50 g? ¿Está dentro de las restricciones básicas sugeridas por la ICNIRP?

Solución:

El 5 % de 0,2 W es 0,01 W que se absorben en 50 g de tejido. Por tanto, la tasa de absorción específica es,

$$\text{SAR} = \frac{0{,}01\,\text{W}}{0{,}05\,\text{kg}} = 0{,}2\,\text{W/kg}$$

Consultando la tabla de restricciones básicas vemos que el SAR localizado en miembros, para la banda de 1,8 GHz es de 4 W/kg, con lo cual estamos dentro de las restricciones básicas recomendadas por el ICNIRP.

16. En una auditoría electromagnética de un taller, se han encontrado los siguientes valores (siempre RMS): a 50 Hz, $E_1 = 100\,\text{V/m}$, $B_1 = 1\,\mu\text{T}$; a 100 Hz, $E_2 = 10\,\text{V/m}$, $B_2 = 2\,\mu\text{T}$. Estas medidas se han realizado en un puesto de trabajo concreto y son el promedio de varias medidas tomadas a lo largo de la jornada laboral. ¿Son estos niveles admisibles según la normativa?

Solución:

Según la normativa, entre 0,025 y 0,8 kHz, el nivel de referencia del campo eléctrico es $250/f$ V/m, con f medida en kHz. En nuestro caso, los dos niveles, para las distintas frecuencias, son:

$$E_1^{\text{ref}} = \frac{250}{0{,}05} = 50000\,\text{V/m}, \quad E_2^{\text{ref}} = \frac{250}{0{,}1} = 25000\,\text{V/m}$$

Los niveles máximos ocupacional y residencial son un 10 % y un 2 % respectivamente del valor de referencia. Por tanto,

$$E_1^{\text{oc}} = 5000\,\text{V/m}, \quad E_2^{\text{oc}} = 2500\,\text{V/m}$$

$$E_1^{\text{res}} = 1000\,\text{V/m}, \quad E_2^{\text{res}} = 500\,\text{V/m}$$

Por tanto, vemos que

$$E_1 = 100\,\mathrm{V/m}, \quad \Rightarrow E_1 < E_1^{\mathrm{res}} < E_1^{\mathrm{oc}}$$

$$E_2 = 10\,\mathrm{V/m}, \quad \Rightarrow E_2 < E_2^{\mathrm{res}} < E_2^{\mathrm{oc}}$$

lo que está de acuerdo con la normativa. Para el campo magnético, la restricción básica para las frecuencias del problema es $5/f\,\mu\mathrm{T}$ con lo que los niveles de referencia son:

$$B_1^{\mathrm{ref}} = \frac{5}{0{,}05} = 100\,\mu\mathrm{T}, \quad B_2^{\mathrm{ref}} = \frac{5}{0{,}1} = 50\,\mu\mathrm{T}$$

Los niveles máximos ocupacional y residencial son:

$$B_1^{\mathrm{oc}} = 10\,\mu\mathrm{T}, \quad B_2^{\mathrm{oc}} = 5\,\mu\mathrm{T}$$

$$B_1^{\mathrm{res}} = 2\,\mu\mathrm{T}, \quad B_2^{\mathrm{res}} = 1\,\mu\mathrm{T}$$

Para las medidas a 50 Hz tenemos que

$$B_1 = 1\,\mu\mathrm{T}, \quad \Rightarrow B_1 < B_1^{\mathrm{res}} < B_1^{\mathrm{oc}}$$

pero a 100 Hz,

$$B_2 = 2\,\mu\mathrm{T}, \quad \Rightarrow B_2^{\mathrm{res}} < B_2 < B_2^{\mathrm{oc}}$$

es decir, que el campo medido es *mayor* que el límite para usos residenciales, aunque menor que el de usos ocupacionales. Se podría argumentar que, puesto que las medidas han sido realizadas en un taller, la auditoría tendría que considerar sólo los límites ocupacionales. Pero estas medidas son el resultado de un promedio durante toda la jornada laboral al cual el trabajador está expuesto de forma continua; no se trata de un resultado anormalmente alto que ocurra esporádicamente. Por tanto es adecuado comparar con el límite para usos residenciales, con lo que el local no se adecua a la normativa.

17. En una auditoría electromagnética de un edificio se detecta una intensidad de $10\,\mathrm{mW/m^2}$ para el canal de $800\,\mathrm{kHz}$.
    (a) Calcule el valor RMS de los campos asociados a la OEM.
    (b) Consulte los datos de la tabla de niveles de referencia (ver los apuntes) y determine si esta exposición está —o no— por debajo de los niveles ocupacionales y residenciales. Justifique la respuesta.

Solución:

Respondiendo a la primera cuestión, aplicamos directamente la fórmula $S = E^2/Z_o$ para obtener el campo eléctrico. Nótese que la fórmula usa el valor de campo eléctrico RMS (la fórmula que usa la amplitud del campo tiene un factor 2, $S = E_o^2/2Z_o$), con $S = 0{,}01\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

$$0{,}01 = E^2/377 \longrightarrow E = \sqrt{0{,}01 \times 377} = 1{,}94\,\mathrm{V/m}$$

y el campo magnético

$$B = E/c = 1{,}94/\left(3 \times 10^8\right) = 6{,}47 \times 10^{-3}\,\mu\mathrm{T}$$

Para hacer la segunda parte, debemos obtener primero los valores de referencia de los campos. Para el campo eléctrico es inmediato, $E_{\mathrm{ref}} = 87\,\mathrm{V/m}$. Y para el campo magnético aplicamos la fórmula de la tabla 4.3, $0{,}92 f^{-1}$, con $f = 0{,}8\,\mathrm{MHz}$:

$$B_{\mathrm{ref}} = 0{,}92\,(0{,}8)^{-1} = 1{,}15\,\mu\mathrm{T}$$

Veamos primero si los campos medidos superan los niveles para un entorno ocupacional, que suponen el 10 % del nivel de referencia:

$$E_{\mathrm{oc}} = 0{,}1\,E_{\mathrm{ref}} = 8{,}7\,\mathrm{V/m}$$

$$B_{\mathrm{oc}} = 0{,}1\,B_{\mathrm{ref}} = 0{,}115\,\mu\mathrm{T}$$

Observamos que $E < E_{\mathrm{oc}}$ y $B < B_{\mathrm{oc}}$, por lo que el nivel de radiación medido es compatible con un entorno ocupacional.

Y ahora analizamos lo que ocurre en un entorno residencial, en donde los campos medidos no pueden superar el 2 % del nivel de referencia:

$$E_{\mathrm{res}} = 0{,}02\,E_{\mathrm{ref}} = 1{,}74\,\mathrm{V/m}$$

$$B_{\mathrm{res}} = 0{,}02\,B_{\mathrm{ref}} = 23 \times 10^{-3}\,\mu\mathrm{T}$$

Por un lado, el campo magnético sí cumple las premisas de un entorno residencial $B < B_{\mathrm{res}}$, pero no así el campo eléctrico, $E > E_{\mathrm{res}}$, por lo que se concluye que la radiación medida NO es compatible con un entorno residencial.